21. Материалы к отчету по договору 8/13-01 с ОАО «Угольная компания «Шахта Красноармейская – Западная №1»: Отчет о НИР (заключ.)/Донецкий Простройниипроект. – Донецк,2002. – 19 с.
22. Байсаров Л.В. Обоснование параметров и разработка технологии комбинированного способа поддержания повторно используемых выработок: Автореф. дис… канд. техн. наук: 05.15.02/НГУ Украины. – Днепропетровск, 2004. – 20 с.

УДК 622.833.5:519.246

В.Я. Кириченко, Б.М. Усаченко,
Г.Т. Рубец

ОБ ПОДХОДАХ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПРОЦЕССОВ СЛУЧАЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ФРОНТА ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ПОРОД В ОКРЕСТНОСТИ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

Для моделювання руху фронту руйнування навколо гірничої виробки пропонується використати процеси випадкового розповсюдження та плоскі криві Гутшовена для опису форми контуру зруйнованих порід.

ABOUT APPROACHES OF RANDOM DISTRIBUTION PROCTSS APPLICATION FOR FRAGILE ROCKS FAILURE FRONT MOVEMENT SIMULATION NEAR ROCK EXCAVATIONS

For failure front movement simulation near rock excavations there are proposed to use random distribution processes and plane curve of Gutshoven for collapsed rocks contour form description

В настоящее время ведутся работы по исследованию кинетики хрупкого разрушения горных пород на основе использования понятия поврежденности как меры сплошности материала, введенного Л.М. Качановым [1]. Разрушение массива пород в окрестности капитальной горной выработки рассматривается как задача движения фронта хрупкого разрушения во времени в гидростатическом поле напряжений. Так как разрушение пород вокруг горных выработок происходит в слоистой, с различной степенью трещиноватости, неоднородной стохастической среде и в не полностью известном и не постоянном во времени поле напряжений, то следует ожидать, что движение фронта хрупкого разрушения будет представлять собой случайный процесс постепенного накопления повреждений массива и движения выпуклой двумерной зоны разрушенных пород (в случае плоской задачи) во времени. Для описания и моделирования механизма и процесса формирования зоны разрушенных пород вокруг выработок может быть использован математический аппарат процессов случайного распространения двумерных контуров [2].

Необходимость в построении вероятностных множественных моделей возникает также при рассмотрении различных процессов разнообразной природы:
– прогнозирование распространения лесных пожаров [3];
– развитие пространственных популяций [4];
– рост клеток в схемах морфологического движения [5];
– процессы формообразования, просачивания, роста полимеров и др. [6].

Основой вероятностного множественного моделирования является теория случайных множеств и процессов. К настоящему времени теория случайных множеств является наиболее разработанной областью теории вероятностей. До сих пор случайные множества рассматривались с точки зрения вычисления их основных числовых характеристик. Однако наибольший интерес представляют множественные характеристики, соответствующие по своей природе случайному множеству. Для этого вводится основная множественная характеристика случайного множества – так называемое «среднемерное множество» (усредненное множество), которое по своей роли аналогично математическому ожиданию случайной величины. Кроме того, определяются простейшие множественные характеристики – база и ядро, а также другие статистические показатели среднемерных множеств высших порядков.

Распределенные случайные процессы как аппарат математического моделирования распределения случайных процессов обладают двумя характерными особенностями [11].

1. Эти процессы представляют собой совокупное развитие объектов, расположенных в некотором пространстве.

Развитие объектов заключается в их перемещении и превращении по пространству. Такие локальные изменения происходят взаимосвязано и в итоге приводят к глобальному развитию всей совокупности и к ее глобальному изменению, росту, распространению, перемещению и т.д.

2. Процессам этого типа присуща случайная изменчивость, обусловленная многообразным влиянием факторов, которое оказывает на совокупное развитие объектов окружающая среда.

В основу разработки этих методов наибольший вклад был внесен Новосибирской школой математиков, в частности Воробьевым О.Ю., в ряде работ по теории множествен6ных случайных процессов и их приложениям. Для выяснения перспектив развития данного метода моделирования и его широких прикладных возможностей для целей представления движения фронта хрупкого разрушения в окрестности подземных горных выработок различного назначения сделаем краткий исторический обзор этих методов математического моделирования.

Цикл работ Воробьева [3-13] является наиболее весомым вкладом в теорию процессов случайного распространения. Уже в первой своей работе по этим вопросам [3] автор вводит в рассмотрение случайные процессы особого, специфического вида, такие как процессы случайного распространения применительно к таким стохастическим закономерностям как распространение различного вида пожаров, эпидемий и т.п. Автор предлагает явные формулы для математического ожидания числа «сгоревших» точек или ячеек в ряде практических примеров, приводит сравнение математических ожиданий различных процессов. При этом не дается точного определения рассматриваемых процессов, хотя по явным формулам ясно, что речь идет об обычных процессах просачивания и их обобщениях на случай, когда вероятности просачивания различны по различным направлениям. Однако полученные результаты по управлению случайными процессами некорректны: из них следует, что даже в простейших процессах просачивания процесс закончится с вероятностью 1 , если вероятность просачивания строго меньше 1.

Рассмотрение процессов случайного распространения как случайных множеств приводится в работе [4]. Здесь получила свое дальнейшее развитие теория случайных множеств, их теория, построены модели, а также приведены конкретные числовые примеры, которые иллюстрируют теоретические положения. Примеры взяты из области лесной пирологии, а именно, процесс моделирования состояний распространяющегося лесного пожара с последующим моделированием на ЭВМ. Однако, моделирование проводится для случая, когда случайные множества распределены одинаково и имеют независимые распределения, что явно ограничивает область практического применения таких результатов.

Практическое применение процессов случайного распространения требует получения различного рода средних статистических характеристик процесса. Единственным методом для этого в настоящее время является метод статистического моделирования (метод Монте-Карло). В связи с этим, автор работы [5] рассматривает вопросы, связанные с оптимальной организацией программ статистического моделирования процесса случайного распространения и получает достоверные оценки для средних характеристик. Построены алгоритмы, с помощью которых удается более эффективно использовать возможности ЭВМ.

В работе [6] излагаются методы идентификации процессов случайного распространения и ставятся задачи управления этими процессами для таких явлений, как распространение жидкости в пористой среде, развитие лесных пожаров, рост полимеров и др.

Задачи такого типа непосредственно связаны с распознаванием пригодности для них математических моделей процессов случайного распространения. В работе [7] рассматриваются задачи идентификации таких процессов, методы и алгоритмы их решения (метод и алгоритм статистических оценок). Особое внимание уделено тем методам, которые используют новые понятия средних пространственных характеристик процесса – среднее случайное множество, среднее квадратическое отклонение множества и др. Полученные результаты используются для оценки средних контуров распространяющегося лесного пожара и определения вероятностей распространения пожара.

В методологической работе [8] рассмотрены перспективы теоретико-множественного подхода к вероятностно-статистическому моделированию различных случайных явлений распространения типа лесных пожаров. Утверждается, что в основу такого подхода должны быть положена теория случайных множеств и множественных случайных процессов. Основой моделью должен быть процесс случайного распространения, который существенно ориентирован на использование ЭВМ. Различные способы задания модели позволяют получать описания и алгоритмы моделирования разнообразных по своей природе явлений. Показаны широкие возможности применения предлагаемых моделей к постановке и решению задач идентификации и управления стохастическими объектами.

Для получения различного рода статистических характеристик процесса случайного распространения является единственный – метод статистического моделирования [9]. Важное значение здесь приобретают вопросы, связанные с организацией программ статистического моделирования процесса случайного распространения и получения достоверных оценок для средних характеристик процесса, а также разработкой методов для более эффективного использования ЭВМ. Хотя теория случайных множеств в настоящее время является недостаточно разработанной, однако для характеризации множественных показателей случайных множеств можно ввести такие общепринятые понятия множественных характеристик, как средние множества и множественные моменты более – высоких порядков [10]. Введение этих характеристик оказалось полезным для прогнозирования процессов случайного распространения и управления такими процессами в нужном направлении.

Выполненные работы по моделированию процессов распространения обобщены в монографии [11], в которой рассмотрены методы вероятностного множественного моделирования, развивающихся в пространстве и во времени распределенных процессов, в частности, процессов распространения лесного пожара. Используемые для этой цели обычные детермированные методы не позволяют адекватно представить развитие процесса, так как описывают лишь скорость развития таких процессов. Между тем, такие процессы развиваются в пространстве и во времени и подвержены существенному влиянию большого числа случайных факторов и воздействий. Поэтому построение таких моделей является актуальной проблемой и имеет широкие перспективы не только для решения лесопирологических задач, но и для широкого круга проблем аналогичного содержания. Монография дает общую теорию вероятностного множественного моделирования, которая может быть приложима во многих других случаях. Кроме решения специфических задач развития контура лесного пожара как геометрического объекта, приведены результаты многочисленных расчетов на ЭВМ и экспериментальные данные, которые с успехом могут быть использованы не только в конкретной области – лесной пирологии, но и для решения задач развития объектов, например, зоны неупругого деформирования массива горных пород в окрестности горной выработки. Однако некоторые вопросы процесса случайного распространения представлены весьма поверхностно, в частности, в работе мало уделено внимания моделированию качественного развития контура процесса распространения.

Предложенный в работе математический аппарат позволяет создавать модели разнообразных пространственных процессов, таких как процессы случайного перемещения, описывающих случайное совокупное перемещение некоторого набора объектов, процессы формообразования в биологии для моделирования перемещения биологических тканей, процессов фильтрации жидкости в пористой среде, накопление повреждений в окрестности горной выработки и движение контура разрушенных пород.

Перечисленные процессы – это совокупное развитие множественных объектов, расположенных в некотором пространстве [12]. Причем развитие множества заключается в распространении всего множества (лесной пожар, эпидемия, фильтрация, накопление повреждений), в перемещении отдельных объектов (формообразование, рост полимеров, трещинообразование) или во взаимодействии объектов между собой (развитие популяции, движение зоны разрушенных пород, изменение нагрузки в системе «крепь-порода»). Наряду с множественной особенностью подобные процессы обладают другой характерной особенностью – случайной изменчивостью, которая приводит к использованию для моделирования случайных множестве. Поэтому в решении ряда задач, связанных с построением моделей процессов распространения, перемещения и взаимодействия, также оказывается полезной идея вероятностного множественного моделирования.

В работах [13-14] предпринята попытка связать теоретические работы по теории случайных множеств с исследованиями прикладного характера. Главное внимание было уделено случайным множествам, распределения которых неизотропны и нестационарны. Именно такие случайные множества обладают характерной геометрической формой (в отличие от бесконечно протяженных геометрических структур) и для таких случайных множеств наиболее применимы понятия: среднемерное множество и процесс случайного распространения - основные понятия, введенные в этой работе. Отражены также различные обобщения моделей случайного распространения, используемые в математическом обеспечении системы оперативного прогноза распространения лесных пожаров. Развиваемая авторами вероятностно-множественная теория может быть применена не только для решения лесопирологических задач, но и в общем для исследования случайной геометрии пространственных структур, динамика которых существенно зависит от их геометрической формы. К числу подобных структур можно отнести биологические (процессы формирования), химические (пространственные реакции), турбулентные (динамика процессов в турбулентном потоке), горные (разрушение пород вокруг горной выработки) и другие. Таким образом, к настоящему времени существуют достаточные предпосылки для комплексного проведения теоретических и прикладных исследований, в основу которых может быть положена вероятностно-множественная теория моделирования.

Близким аналогом задачи о движении фронта хрупкого разрушения являются процессы формообразования в биологии [15-17]. Для моделирования перемещения биологических тканей с успехом используются процессы случайного распространения. Перемещения в таком процессе составляют существенную часть формообразования, в ходе которого одна клетка превращается в многоклеточный организм со сложной пространственной структурой. Применение детермированных моделей формообразования не позволяет адекватно описать этот процесс, чем при предположениях о случайном характере морфогенетических перемещений и использовании для моделирования этих перемещений случайных множеств.

В последнее время модели стохастически распределенных процессов нашли широкие приложения в системном анализе [18] и оптимальном управлении такими процессами [19]. В свете проведенного анализа можем заключить, что к настоящему времени имеется разнообразный аппарат теоретических и практических представлений, который с успехом может быть использован в горной геомеханике.

Действительно, к настоящему времени выполнено большое число экспериментальных исследований по проявлению горного давления в капитальных выработках глубоких шахт. Инструментальные исследования показывают, что смещения контуров выработок боков, кровли, почвы выработок шахт изменяются по своему закону и носят экспоненциальный характер во времени, В общем случае, если рассматривать процесс развития и накопления повреждений в окрестности горной выработки, как марковский случайный процесс, то решениями уравнения таких процессов являются интегральные функции распределения экспоненциального типа, о чем и свидетельствуют экспериментальные наблюдения, если их отнормировать надлежащим образом. Таким же свойством обладают и процессы случайного распространения, что свидетельствует о том, что по фактору смещения мы можем в первом приближении представлять процесс смещений как рост и развитие некоторого случайного множества зоны неупругих деформаций. Асимптотическое поведение кривых «смещение-время» в области больших промежутков времени говорит о затухающем характере развития зоны неупругих деформаций и стремлении контура разрушенных горных пород и некоторому «предельному» контуру, так называемому «равнопрочному» контуру в данных условиях. Форма этого контура может иметь разнообразную форму, в зависимости от свойств вмещающих пород, их слоистости и ориентации этой слоистости относительно выработки, глубины, типа крепи и ряда других факторов. Но в любом случае рост и развитие контура разрушенных пород (в также увеличение радиуса зоны неупругих деформаций) будут подобны характеру поведения кривых «смещение-время» и стремиться к определенному «предельному» контуру со своей конкретной формой (окружность, эллипс различно ориентированный в зависимости от напряженного состояния или другая выпуклая плоская фигура).

Для математического анализа многих «овалообразных» кривых необходимо привлекать аппарат теории плоских кривых [20, 21]. С этой целью нами проанализированы формы и уравнения плоских кривых, имеющиеся в справочной, энциклопедической и монографической литературе (как отечественной, так и зарубежной). К настоящему времени изучены геометрические свойства и описаны алгебраические характеристики почти 200 классов плоских кривых, наиболее часто встречающихся в различных областях знаний и в практических приложениях. Как известно [20], плоские кривые – это такие кривые, все точки которых лежат в одной плоскости прямоугольной системы координат *xoy* и могут задаваться аналитически таким образом:

а) плоская кривая записывается в неявном или явном виде

$$F(x, y) = 0, \; y = f(x);$$

б) в полярных координатах плоская кривая записывается в виде

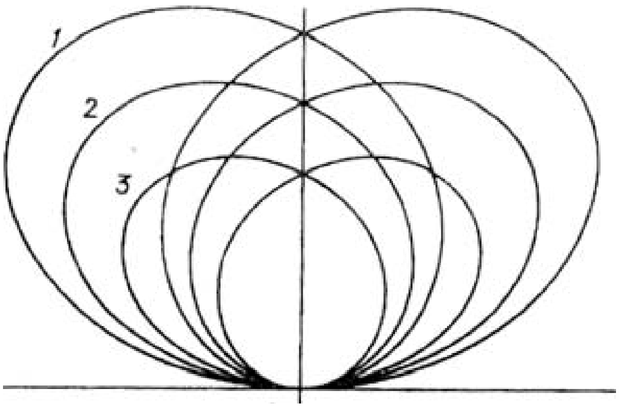
$$\rho = f(\varphi),$$

где φ – полярный угол, отсчитываемый от горизонтальной полярной оси, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$; ρ – полярный радиус, выражающий длину отрезка текущего полярного радиуса в зависимости от угла φ.

Наиболее приемлемой плоской кривой для наших целей является так называемая кривая Гутшовена (рис. 1) [21], которая в прямоугольных координатах имеет вид:

$$l^2 \cdot x^2 (x^2 + y^2) = a^2 (x^2 + y^2 - l_y)^2,$$

где a, l – положительные параметры.



№	a	l
1	1,0	0,5
2	0,8	0,4
3	0,6	0,3

Рис. 1 – Кривые Гутшовена с различными a и l

Недостатком такого задания кривой в координатах *xoy* является невозможность записи уравнения в явном виде. В полярных координатах (ρ, φ) уравнение кривой запишется уже в явном виде:

$$\rho = \frac{al \cdot \sin\phi}{a + l \cdot \cos\phi}, \; 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

а дополнительное уравнение

$$\rho = \frac{al \cdot \sin\phi}{a - l \cdot \cos\phi}$$

Кривая содержит только 2 параметра a и l, которые «регулируют» масштаб, наклон и форму кривой, что позволяет описывать разнообразные ограниченные замкнутые кривые при различных l и a. Применительно к описанию контура разрушенных горных пород параметры a и l будут зависеть от глубина заложения выработки, прочностных свойств вмещающих пород, угла напластования, длительной прочности и времени.

Таким образом, кривая Гутшовена позволяет представить как симметричные, так и асимметричные зоны разрушенных пород, в особенности, при наклонном расположении пластов, когда зоны овалообразны и ориентированы по нормали к напластованию пород.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 238 с
2. Воробьев О.Ю., Валендик Э.Н. Вероятностное множественное моделирование. – Новосибирск: Наука,1978. – 160 с.
3. Воробьев О.Ю. Модели состояний некоторых распределенных вероятностных процессов. // Изв. СО АН СССР, сер. техн. наук, 1976, № 3, вып. 1-с. 105. – 113 .
4. Баженов В.В., Воробьев О.Ю. Задача управления процессами случайного распространения // там же. – С. 114-118.
5. Воробьев О.Ю. Методы моделирования процессов случайного распространения // там же, 1976 , № 8, вып. 2.. – С. 90-94.
6. Бажанов В.В., Воробьев О.Ю. Идентификация процессов случайного распространения // там же. – С. 95-100.
7. Воробьев О.Ю., Девятов Б.Н. О развитии методов моделирования процессов случайного распространения // там же. – С. 101-105.
8. Бажанов В.В., Воробьев О.Ю. Особенности статистического моделирования процессов случайного распространения // там же, 1976 , № 13, Вып. 3. – С. 78-83.
9. Воробьев О.Ю. О множественных характеристиках состояний распределенных процессов // там же, 1977, № 3, Вып. 1. – С. 3-7.
10. Воробьев О.Ю., Валендик Э.Н. Вероятностное множественное модели рование распространения лесных пожаров. – Новосибирск: Наука, 1978 . – 160 с .
11. Воробьев О.Ю. Вероятностное множественное моделирование распространения, перемещения и взаимодействия: Автореферат дисс. канд. техн. наук 05.13.01 М.: Моск. авиац. ин-т., 1979 . – 30 с.
12. Воробьев О.Ю.. Иванилова Т.Н. Вероятностно-множественные методы идентификации случайного распространения. – Красноярск: ВЦ СО АН СССР, 1981. – 48 с.
13. Воробьев О.Ю. Среднемерное моделирование. – М.: Наука,1984. – 132 с.
14. Леонтович А.М., Пятецкий-Шомиро И.И., Стовская О.Н. Некоторые математические задачи, связанные с формообразованием. // Автоматика и телемеханика, 1970., № 4. – С. 94-107.
15. Леонтович А.М., Пятецкий-Шапиро И.И., Стовская О.Н. Задачи обслуживания, связанные с математической моделью формообразования // там же, 1971, № 2 . – С. 100-110.
16.Згуревский М.З., Новиков А.Н. Системный анализ стохатических распределенных процессов. К.: КПИ, 1988 . – С. 204 с.
17. Демиденко М.Д. Управляемые распределенные системы. – Новосибирск: Наука, 1999. – 393 с.
18. Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения. – Новосибирск: Научн. кн. изд-во, 1999 . – 350 с.
19. Заславский Ю.З. Исследование проявлений горного давления в капитальных выработках глубоких шахт Донецкого бассейна. – М.: Недра, 1966. – 180 с.
20.Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применения (Справочное руководство). – М.: Физматгиз, 1960. – 293 с.
21. Шикин В.Е., Франк-Каменецкий М.М. Кривые на плоскости и в пространстве. Справочник с применением дискеты «Плоские кривые». – М.: Фазис, 1977. – 336 с.